Calcul littéral

<u>Usage des lettres :</u> travail en groupe (3 élèves).

Choisir un thème : ***santé, météorologie, musique, sport, sécurité routière, environnement, histoire des maths.***
Faire la feuille d'exercice correspondant au thème donné.
Bilan rapide du travail fait à la classe. Qu'y a-t-il de commun à tous les groupe ?

Santé	*<u>1. Condition physique</u>* Indice de masse corporelle Indice de Ruffier *<u>2. Taux d'alcoolémie</u>*	
Météorologie	Température en degrés Celsius ou en degrés Fahrenheit Température réelle et température apparente	
Démonstration	Somme de trois entiers consécutifs Triplets pythagoriciens	
Histoire des maths	Origine du mot « Algèbre » Tartaglia	
Traduction d'énoncés		
environnement	Un nouveau carburant Consommation de carburant	
Sport	Au stade (Vélodrome) Au ski	
Sécurité routière	Taux d'alcoolémie Distance d'arrêt	

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Santé : *Condition physique*

I. Indice de masse corporelle

Une méthode pour évaluer un bon rapport entre la masse et la taille est le calcul de l'indice I de masse corporelle : $I = \frac{m}{t^2}$ *où m est la masse en kg et t la taille en m.*

Un indice de masse corporelle supérieur à 30 indique une masse trop importante.
Un indice de masse corporelle inférieur à 20 indique une masse insuffisante.

1. Dans chaque cas, calculer l'indice de masse corporelle de la personne et commenter ce résultat :
   a) indice de masse corporelle d'un garçon pesant 53 kg et mesurant 1,55 m.
   b) indice de masse corporelle d'une femme pesant 60 kg et mesurant 1,65 m.
   c) indice de masse corporelle d'un homme de 95 kg mesurant 1,75 m.
2. Déterminer la masse (arrondie à 0,01 près) d'une personne qui mesure 1,60 m et dont l'indice de masse corporelle est 25.
3. Déterminer la taille (arrondie à 0,01 près) d'une personne qui pèse 64 kg et dont l'indice de masse corporelle est 21.

II. Indice de Ruffier

Un test appelé ***test de Ruffier*** *a été mis au point pour connaître le niveau de forme d'une personne. Voici le mode d'emploi :*

1. *Mesurer votre pouls au repos (pendant 30 secondes). Vous obtenez un nombre P.*
2. *Effectuez 30 flexions en 45 secondes (20 flexions en 30 secondes dans le cas d'un enfant).*
3. *Mesurer immédiatement votre pouls après l'effort pendant 30 secondes. Vous obtenez un nombre Q.*
4. *Mesurer votre pouls 1 minute après la fin de l'effort pendant 30 secondes. Vous obtenez un nombre R.*

Calculez votre indice de Ruffier en appliquant la formule suivante :

$$I = \frac{(2Q - 2P) + 2(2R - 2P)}{10}$$

Si $0 < I \leq 5$ *: très bonne condition physique*
Si $5 < I \leq 10$ *: bonne condition physique*
Si $10 < I \leq 15$ *: condition physique moyenne*
Si $15 < I \leq 20$ *: faible condition physique*

1. a) En appliquant le test de Ruffier, Etienne obtient : P=35, Q=70 et R=58. Calculer son indice de Ruffier.
   b) Stéphane obtient : P=32 et Q=66. Combien peut-il obtenir pour R afin d'avoir un indice I=12 ?
   c) Estelle obtient P=36 et Q=72. Combien doit-elle obtenir pou R afin d'avoir I=10 ?
2. Effectuer le test de Ruffier pour un élève du groupe. Dans quelle condition physique est-il ?

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Sécurité routière

I. Taux d'alcoolémie

Pour évaluer le taux d'alcoolémie d'une personne, en g/L (grammes d'alcool pur par litre de sang), on peut utiliser la formule suivante :

$$\frac{10 \times n}{P \times C}$$

où n est le nombre de verres bu, P représente le poids en kilogrammes,
C est un coefficient égal à 0,7 pour un homme et 0,6 pour une femme.

1. En utilisant le tableau ci-dessous, expliquer pour quelle raison le taux d'alcoolémie toléré en conduisant un véhicule a été fixé à 0,5g/L alors qu'il été avant à 0,8g/L.

Alcoolémie	Risque d'accident mortel
0,5 g/L	×2
0,7 g/L	×5
0,8 g/L	×10
1,2 g/L	×35
2 g/L	×80

2. Géraldine pèse 50kg, elle a bu cinq verres de punch lors d'une fête. Quel est son taux d'alcool dans le sang ? Peut-elle se retrouver en situation de délit si elle conduit un véhicule ?

3. Combien de verres Guillaume peut-il boire avant d'atteindre 0,8g/L sachant qu'il pèse 60 kg ?

II. Distance d'arrêt

La distance d'arrêt d'un véhicule en fonction de sa vitesse peut être calculée en utilisant la formule :

$D = 0{,}007v^2 + \frac{v}{6}$ *pour un conducteur à jeun d'alcool*

$D = 0{,}007v^2 + \frac{v}{2}$ *pour un conducteur ayant bu.*

D représente la distance d'arrêt et v la vitesse du véhicule

1. Compléter le tableau suivant :

Vitesse en km/h	30	40	50	60	90	130
Distance d'arrêt pour un conducteur à jeun d'alcool (en m)						
Distance d'arrêt pour un conducteur ayant bu (en m)						

2. De combien de mètres supplémentaires Anthony a-t-il besoin pour freiner s'il rentre en scooter chez lui à 60km/h après avoir bu 4 verres de bière ?

3. Même question pour un adulte roulant en voiture à 130 km/h après avoir bu 2 verres de vin.

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Santé *: Taux d'alcoolémie*

Bréal 4ème n°112 p107

Pour évaluer le taux d'alcoolémie (en grammes d'alcool pur par litre de sang), d'une personne on peut utiliser la formule suivante :

$$\frac{10 \times n}{P \times C}$$

où n est le nombre de verres bu, P représente le poids en kilogrammes,
C est un coefficient égal à 0,7 pour un homme et 0,6 pour une femme.

1. Les parents d'Amélie sont invités à une soirée. Le père d'Amélie consomme trois apéritifs, deux verres de vin et deux flûtes de champagne.

a) Quelle est la quantité d'alcool pur qu'ils ont chacun absorbée ?

b) Sachant que le père d'Amélie pèse 80kg, calculer le taux d'alcoolémie de chacun d'eux. Arrondir le résultat au dixième.

c) Sachant que la mère d'Amélie pèse 60kg, et que son taux d'alcoolémie à la fin du repas est 0,9g/L, calculer le nombre de verres qu'elle a bu.

2. La loi fixe à 0,5 grammes par litre de sang le taux d'alcoolémie limite pour pouvoir prendre le volant.

a) Sachant qu'un individu en bonne santé élimine en moyenne 0,15g d'alcool par heure, quelle est la quantité d'alcool éliminée en 1h30min ? En 2 heures ? En 3 heures ? en h heures ?

b) Ecrire, en fonction du nombre h d'heures écoulées, la quantité d'alcool pur qui reste dans le sang de la mère d'Amélie.

c) Trouver le temps d'attente nécessaire pour que le taux d'alcoolémie de la mère d'Amélie soit à nouveau 0,5 g/L.

3. Déterminer le temps d'attente nécessaire pour le père puisse à son tour prendre le volant.

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Environnement

I. Un nouveau carburant

M. Dupont décide de mélanger de l'huile de colza avec du gasoil dans le réservoir de sa voiture qui a une capacité de 60 litres.

1. On désigne par x la quantité d'huile de colza que M. Dupont verse dans son réservoir vide.

a) Exprimer en fonction de x la quantité de gasoil que devra ajouter M. Dupont pour avoir le plein de son réservoir.

b) Exprimer en fonction de x la somme que devra payer M. Dupont pour faire le plein.

2. M. Dupont a payé 68€ pour faire le plein.

a) Traduire cette information par une égalité.

b) En déduire le volume d'huile de colza sue M. Dupont a mis dans son réservoir.

II. Consommation de carburant

Les consommations C_R et C_P, des voitures de Monsieur Rapido et de Monsieur Presto sont données par les formules :

$$C_R = \frac{v^2}{2000} + 4{,}6 \quad \text{et} \quad C_P = \frac{v^2}{3200} + 6$$

Dans ces deux formules, la vitesse v est exprimée en kilomètres par heure et la consommation est exprimée en litres pour 100 kilomètres.

a) Compléter les tableaux suivants :

Vitesse en km/h	40	60	80	100	120
Consommation de M.Rapido en litres pour 100 km					

Vitesse en km/h	40	60	80	100	120
Consommation de M.Presto en litres pour 100 km					

b) Représenter sur un même graphique, la consommation (en litres pour 100km) en fonction de la vitesse (en km/h). On mettra la vitesse en abscisse (1cm pour 20km/h), et en ordonnée la consommation (1 cm pour 1L)

c) M. Presto et M. Rapido pensent tous les deux que c'est leur voiture qui consomme le moins.
Utiliser les représentations graphiques pour les départager.

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Météorologie

I. Température réelle et température apparente

On s'est rendu compte que quand le vent souffle, on se refroidit comme s'il faisait plus froid. La météo canadienne annonce la température réelle (celle indiquée par le thermomètre) et la température apparente (celle qui est ressentie).

Pour un vent de 40km/h la température apparente T se calcule en fonction de la température réelle t par la formule $T = 1{,}5t - 16$.

a) Calculer la température apparente pour une température réelle :

$t = 5°C$, $t = 0°C$, $t = -5°C$ et $t = -10°C$.

b) Quelle est la température réelle correspondant à une température apparente de 14°C ?

II. Degrés Celsius et degrés Fahrenheit

En France, on mesure la température en degrés Celsius. Dans d'autres pays, elle se mesure en degrés Fahrenheit.

La température F en degrés Fahrenheit se calcule quand on connaît la température C en degrés Celsius par la formule :

$$F = \frac{9 \times C}{5} + 32$$

a) Calculer la température en degrés Fahrenheit correspondant aux températures suivantes en degrés Celsius : 25,10, –10, –15, –20, –40.

b) À quelle température, en degrés Celsius, correspondent 32°F et 212°F ?

c) À quelle température en degrés Fahrenheit l'eau gèle-t-elle ?

d) Quelle est la température normale du corps humain en degré Celsius ? en degrés Fahrenheit ?

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Traduction d'énoncés

I. Traduction d'un énoncé par une expression numérique

1. Ecrire l'expression correspondant à chacune des phrases :
   a) Le double de la somme de 4 et 7
   b) La différence de 11 par le produit de 5 par -2
   c) Le quotient de la somme de 9 et du produit 5 par 8 et de 7.
2. Ecrire les énoncés correspondants aux calculs suivants.
   a) $4\times(5 + 3)$
   b) $5\times6 – 9$

II. Traduction d'un énoncé par une expression littérale

1. Ecrire l'égalité correspondant à chacune des phrases.
   a) 20 est le double de la somme de 5 et x
   b) 10 est a somme de 7 et du produit 3 par x.
2. Trouver la valeur des inconnues des équations de la question 1.

III. Programmes de calculs

On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
1) Choisir un nombre relatif	1) Choisir un nombre relatif
2) Prendre le double de ce nombre	2) Ajouter 5 à ce nombre
3) Ajouter 10	3) Multiplier le résultat par 2
4) Noter le résultat	4) Noter le résultat

1) a) Effectuer ces deux programmes de calcul pour les nombres 3 ; - 6 et 100.
   Que peut-on conjecturer ?
   b) Si on note x le nombre choisi au départ, écrire l'expression A qui traduit le programme A.
   c) De même, écrire l'expression B qui traduit le programme B.
   d) Démontrer la conjecture faite précédemment.

2) J'effectue programme de calcul A pour un nombre auquel j'ai pensé. Je trouve 110. Quel nombre ai-je choisi au départ ?

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Histoire des mathématiques

I. Comment écrivait-on les expressions au XVI^{e} siècle ?

Transamth 4ème p83

II. Traduction d'un énoncé par une expression littérale

On donne ci-dessous le programme de calcul.

a. Choisir un nombre
b. Multiplier ce nombre par 5
c. Ajouter 3 au produit obtenu
d. Multiplier la somme obtenue par 2
e. Soustraire 6 au résultat
f. Ecrire le nombre obtenu

a) Effectuer ce programme de calcul en choisissant au départ 3, puis 12 puis –5. Que peut-on conjecturer ?
b) Si on note x le nombre choisi au départ, écrire l'expression qui traduit le programme.

III. Les origines du mot « algèbre »

Le mot « algèbre » vient de l'arabe al-jabr (الجبر), qui est devenu algebra en latin et qui signifie « la réunion » (des morceaux), littéralement « la remise en place ». Ce terme est utilisé pour la première fois dans un sens mathématique par Al-Khwarizmi vers 830 après JC. Dans son livre « Al-jabr wa'l-muqabalah », le mathématicien iranien reprend les travaux de Diophante d'Alexandrie (IV^{e} siècle). Ce dernier avait imaginé de représenter une inconnue par un symbole nommé arithme.
L'al jabr désigne pour Al-Khawarizmi le fait de transformer une soustraction d'un membre d'une égalité en une addition dans un autre membre, par exemple le passage de $x+5=a$ à $x=a-5$.
Al-Khawarizmi, n'utilisait pas l'écriture des équation comme ci-dessus, mais les décrivait avec des phrases. Dans son livre, l'inconnue est nommée « la chose ».

1. Traduire les phrases suivantes sous forme d'égalité
   a) 7 est le quotient de la somme de 9 et du produit 5 par 8 et de 7.
   b) 21 est la somme du nombre x et de 15.
2. Trouver la valeur des inconnues de l'équation b).

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Sport

I. Au stade

Le stade Vélodrome peut contenir 60 032 places. Il y a x places en virage, les autres en tribune.

Lors d'un match de l'OM, les tarifs suivants sont appliqués : les places en virage coûte 25€ et les places en tribune coûtent 30€.

Le stade est plein.

a) Que représentent ces trois expressions : $25x$ $60\,032 - x$ $(60\,032 - x) \times 30$

b) Ecrire en fonction de x, le montant total de la recette.

c) Calculer cette recette si on considère qu'il y a 27504 places en virage.

II. Au ski

Une station de ski propose les tarifs suivants pour la saison 2007-2008 :

Tarif A : Chaque journée de ski coûte 20€.

Tarif B : En adhérant au club des sports dont la cotisation s'élève à 60€, on bénéfice d'une réduction et la journée de ski ne coûte plus que 14€.

a) Compléter le tableau suivant :

Nombre de jours de ski pour la saison	5	8	
Coût en euros avec le tarif A			220
Coût en euros avec le tarif B			

b) On appelle x le nombre de journées de ski pendant la saison 2007-2008.

Exprimer en fonction de x, le coût annuel C_A en euros d'un skieur ayant choisi le tarif A.

Exprimer en fonction de x, le coût annuel C_B en euros d'un skieur ayant choisi le tarif B.

c) Mounir doit venir skier douze journées pendant la saison. Quel est le tarif le plus intéressant ? Quel est le prix correspondant ?

d) Léa est adhérente au club des sports de la station, elle a payé 340€ pour toute la saison. Combien de jours a-t-elle skié ?

Travail en groupe	…… …… ……

Thème : Quelques démonstrations

I. Nombres consécutifs

Des nombres entiers consécutifs, sont des nombres entiers qui se suivent, comme, par exemple : 3, 4 et 5.

1. a) Choisir trois nombres entiers consécutifs, puis calculer leur somme.
   b) Le nombre obtenu est-il divisible par 3 ?
   c) Recommencer avec trois autres entiers. Que remarque-t-on ?
   d) Quelle conjecture peut-on faire ?
2. On désigne par n le premier des trois nombres consécutifs.
   a) Exprimer en fonction de n, les deux nombres qui suivent.
   b) Exprimer en fonction de n, la somme des trois nombres consécutifs.
   c) Quel nombre est un facteur commun aux deux termes de cette somme ?
   d) En déduire que la somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3.
3. La somme de quatre nombres entiers consécutifs est-elle un multiple de 4 ?

II. Triplets pythagoriciens

On appelle triplets pythagoriciens, trois nombres entiers positifs a, b et c qui vérifient la relation :

$$a^2+b^2=c^2$$

On considère les nombres $a = m^2 - n^2$

$b = 2mn$

$c = m^2+n^2$

où m et n sont des nombres entiers non nuls.

1. a) Calculer a, b et c pour m=3 et n=2.
   b) Les nombres obtenus forment-ils un triplet pythagoricien ?
2. a) Calculer les nombres a, b et c pour m=5 et n=3.
   b) Les nombres obtenus forment-ils un triplet pythagoricien ?
3. Fabriquer, de la même façon, un triplet pythagoricien.

Remarque : On peut démontrer que les nombres $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ et $c = m^2+n^2$ avec m et n des nombres entiers non nuls ($m>n$) forment un triplet pythagoricien.